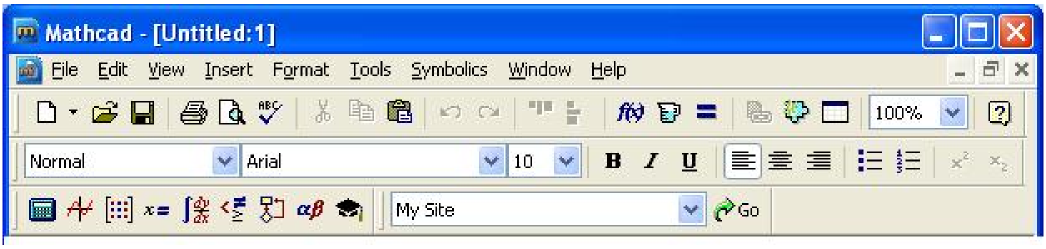
# 2. UNIVERSĀLĀ MATEMĀTISKO APRĒĶINU SISTĒMA MATHCAD

## 2.1. Ievads

Kopš pagājušā gadsimta 80-tajiem gadiem plašu popularitāti ieguvusi integrētā sistēma matemātisko aprēķinu automatizēšanai *Mathcad*. Tā izstrādāta firmā Mathcad Soft (ASV). Šīs sistēmas ietvaros matemātiskie risinājumi tiek veikti izmantojot pierastās matemātiskās formulas un simbolus.

Ar *Mathcad* iespējams gan kvalitatīvi sagatavot publikāciju, grāmatu tekstus izmantojot pašas sarežģītākās matemātiskās formulas un noformēt rezultātus nevainojamā grafiskā veidā, gan veikt vissarežģītākos matemātiskos aprēķinus kā skaitliskā, tā arī simbolu veidā. Sistēma *Mathcad* līdzīgi citām programatūrām nepārtraukti attīstās un pilnveidojas, iegūstot plašu versiju klāstu. Plaši pazīstama un būtiski atšķirīga versija ir *Mathcad 7.0 PRO*. Tūlīt pēc palaišanas sistēma ir gatava radīt dokumentu ar nepieciešamajiem aprēķiniem. Lietotāja interfeiss (*Mathcad* grafiskās čaulas līdzekļu kopa, kura nodrošina ērtu sistēmas vadību kā ar tastatūras tā peles palīdzību) izveidots tā, ka lietotājs, kuram ir iemaņas darbam ar *Windows*, uzreiz var uzsākt darbu ar *Mathcad*. Nospiežot divas reizes uz peles kreisā taustiņa, atveras paketes nosaukums, kurš saglabājas uz ekrāna visu programmas automātiskās ielādēšanās laiku. Pēc brīža nosaukums nozūd un atveras *Mathcad* logs - balta lapa, kurā tiek veiktas visas darbam nepieciešamās operācijas, t.i., ievadītas aprēķiniem nepieciešamās izteiksmes un komandas, funkcijas, grafiki un tekstiski paskaidrojumi un kurā būs redzami iegūtie rezultāti.

### 2.1.1. Mathcad galvenais izvēles logs




**Dažas Mathcada komandu rindu pogas.**

| | |
|---|---|
| kalkulators | novērtējuma rīku rinda |
| grafiku rīku rinda | programmēšanas rīku rinda |
| loģisko operatoru rīku rinda | grieķu alfabēts |
| vektoru un matricu rīku rinda | Simbolisko darbību rīku rinda |

## 2.1.2. Instrumentu panelis

Uzklikšķinot uz attiecīgās instrumenta pogas, atveras tā saturs. Piemēram:

| kalkulators | Grieķu alfabēts | Loģisko operatoru rīku rinda |
|---|---|---|
|   |   |   |

Lapas virspusē izvietota rīku rinda, kura lielā mērā satur Windows raksturīgos rīkus. Atšķirīgie rīki ir: **Insert** (ievietošana), **Math** (matemātika), **Symbolics** (simboliskās operācijas).

Nākamās trīs rindas satur instrumentu paneļus, daļa no kuriem tipiska *Windows*, bet daļa veido specifiskas *Mathcad* funkcijas. Tā, piem., f(x) atver iebūvēto funkciju sarakstu. Atsevišķā rindā izvietots instrumentu panelis, kuri dod iespēju veikt virkni matemātisku operāciju.

Programma ***Mathcad*** dod iespēju strādāt ar vienādojumiem, skaitļiem, tekstu un grafikiem mums ierastā veidā. Lai ievadītu izteiksmi, nav nepieciešams lietot programmēšanas valodu. *Mathcad*-a vienādojumi un grafiki ir "dzīvi". Izmainot kādu no sākotnējiem datiem - mainīgo vai arī vienādojumu, automātiski tiek pārrēķinātas visas skaitliskās vērtības un pārzīmēti grafiki.

## 2.1.3. Mathcada iespējas

***Mathcad*-ā, Jūs varat**

- **veikt aritmētiskās darbības izmantojot iebūvētās funkcijas un matemātiskos operatorus;**
- **definēt mainīgos un funkcijas;**
- **novērtēt funkciju un izteiksmju vērtību maiņu argumenta izmaiņas apgabalā;**
- **ātri konstruēt viena un divu argumentu funkciju grafikus;**
- **veikt darbības ar matricām;**
- **veikt funkciju diferencēšanu;**
- **aprēķināt summas un integrāļus;**
- **atrisināt vienādojumus un vienādojumu sistēmas skaitliskā veidā;**

- **izpildīt simbolu pārveidojumus;**
- **veikt matemātisko un teksta apgabalu veidošanu;**
- **veikt izteiksmju rediģēšanu;**
- **veikt mērvienību rediģēšanu.**

**Uzskaitītās iespējas sastāda tikai daļu no tām iespējām, kuras realizējamas ar *Mathcad*.**

## 2.2. Darbs ar Mathcad apgabaliem

Katrs *Mathcad* vienādojums, teksta rindkopa vai grafiks ir atsevišķs objekts saukts par apgabalu. Apgabalu var iezīmēt paklikšķinot uz tā ar peles kreiso taustiņu. Pārvietojot kursoru pie iezīmētā apgabala robežas, tas pieņem rokas veidu. Šādā stāvoklī apgabals var tikt pārvietots. Iezīmētam teksta apgabalam pārādās aktīvie punkti, kas var tikt izmantoti apgabala izmēru maiņai.

| **Formulu apgabals** | **Teksta apgabals** |
|---|---|
| $x := 100$ | Piemērs, kas atrodas pa kreisi, ir izveidots drukājot **x:100** |

Vairāki apgabali var tikt iezīmēti un vienlaicīgi pārvietoti vai nodzēsti ar peli ierāmējot tos kopējā rāmī. Lai atceltu kāda apgabala iezīmējumu, nepieciešams uz tā paklikšķināt, turot nospiestu taustiņu **Shift**.
Apgabalus dokumentā var redzēt dodot komandu **View → Regions**.
***Mathcad* vienmēr dokumentu lasa no kreisās uz labo pusi un no augšas uz leju.** Tātad aprēķina izejas datiem jāatrodas vai nu pa kreisi vai uz augšu no aprēķinā izmantojamām sakarībām.
Pamēģiniet pārvietot izteiksmi $y^2 = 100$ virs definētās y vērtības un *Mathcad* vairs nevarēs aprēķināt $y^2$ vērtību.

$y := 10 \qquad\qquad y^2 = 100$

Iezīmēto apgabalu dzēšanai var izmantot komandu **Edit → Cut** vai **Cut** no konteksta komandkartes, ko iegūst paklikšķinot uz apgabala ar labo peles taustiņu.
Izdrukāta var tikt tikai josla gar *Mathcad* darba apgabala kreiso malu. Pārējo darba apgabalu var izmantot tādu starprezultātu izvietošanai, kurus nav nepieciešamas izdrukāt.

### 2.2.1. Matemātisko un teksta apgabalu veidošana

Matemātisko izteiksmju veidošanu veicam paklikšķinot ar peles kreiso taustiņu ekrāna brīvā vietā un ievadot konkrētus matemātiskās izteiksmes elementus, izmantojot elementārās darbības, operatoru sagataves un iebūvētās funkcijas.

| Darbība | Taustiņš | Poga | Piemērs |
|---|---|---|---|
| Saskaitīšana | + | + | $2 + 2 = 4$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Atņemšana | - | − | $2 - 2 = 0$ |
| Reizināšana | * | × | $2 \cdot 2 = 4$ |
| Dalīšana | / | ÷ | $\frac{2}{2} = 1$ |
| Pakāpe | ^ | $x^Y$ | $2^2 = 4$ |

Teksta apgabalu veido paklikšķinot brīvā vietā un nodrukājot pēdiņas **"**. Iespējams arī sākt drukāt nepieciešamo tekstu bez pēdiņu lietošanas. Šajā gadījumā pēc pirmās taustiņa **Space** lietošanas Mathcad-s matemātisko apgabalu automātiski pārveidos par teksta apgabalu.

### 2.2.2. Mainīgo definēšana

Mainīgo definē, paklikšķinot ar peles kreiso taustiņu ekrāna vajadzīgajā vietā un rakstot:

**Drukā** **Ekrānā redzams**

**age:23** $\boxed{age := 23}$

Jāatzīmē, ka nodrukājot kolu **:** vai paklikšķinot aritmētiskajā paletē (**Arithmetic Palette**) uz piešķiršanas operatora taustiņa :=,
*Mathcad*-s parāda **:=**. Piešķiršanas operators *Mathcad*-ā tiek lietots mainīgā definēšanai. Lai noskaidrotu mainīgā **age vērtību,** jānodrukā mainīgā nosaukums, kam seko vienādības zīme:

**Drukā**

**age=** iegūst $age = 23$

Mainīgo var izmantot matemātiskās izteiksmēs:

$age := 23$ $age \cdot 10 = 230$

vai arī, lai definētu citus mainīgos:

$old := age \cdot 10$ $old = 230$

Nomainot mainīgā sākotnējo vērtību definīcijā, vērtība mainās arī visās izteiksmēs, kurās šis mainīgais ir izmantots.

### 2.2.3. Funkciju definēšana

Funkcija tiek definēta tāpat kā mainīgie, lietojot piešķiršanas operatoru:

**Drukā** **Ekrānā redzams**

**f(x):x^2** $\boxed{f(x) := x^2}$

Definētai funkcijai f(x) var izmantot skaitli kā funkcijas argumentu

$$f(10) = 100 \quad ;$$

definēt mainīgo, kuru var izmantot kā funkcijas f(x) argumentu

$$x := 3 \qquad\qquad f(x) = 9 \quad ;$$

vai definēt mainīgā  izmaiņas diapazonu un, izmantojot šo mainīgo kā funkcijas f(x) argumentu, iegūt funkcijas vērtību tabulu

$a := 0 .. 3$ $\quad f(a)$

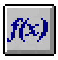
| f(a) |
|---|
| 0 |
| 1 |
| 4 |
| 9 |

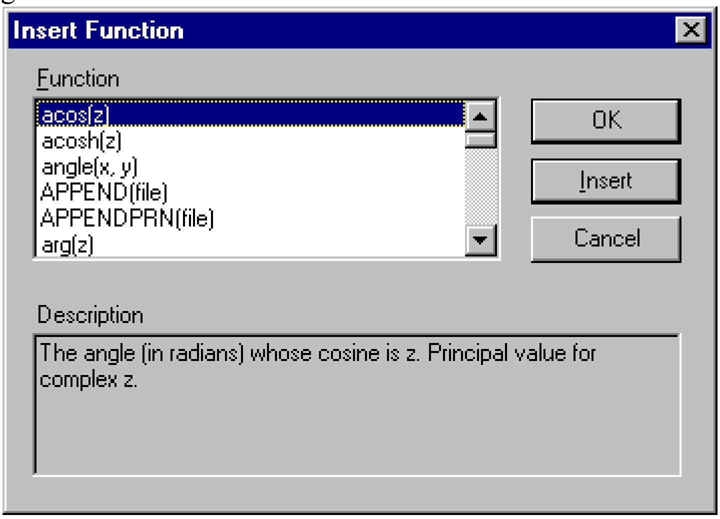
.

Izmantojot jau definēto funkciju f(y), iespējams definēt citu funkciju:

$$g(y) := f(y) + 6$$

$$g(x) = 15 \quad .$$

Izveidojot funkcionālu sakarību, varam izmantot kādu no *Mathcad*-ā iebūvētajām funkcijām. Šai nolūkā dodam komandu **Insert → Function** vai paklikšķinam uz  pogas.




Iebūvētās funkcijas nosaukums var tikt ievadīts arī tieši no klaviatūras.

### 2.2.4. Matemātisko izteiksmju veidošana

Paklikšķinot ekrāna vietā, kur gribam izveidot matemātisku izteiksmi, drukājam konkrēto izteksmi īpašu vērību pievēršot tam, kas notiek nospiežot taustiņu **Spacebar**:

**Drukā**

**Ekrānā redzi**

**f(x):x+6[Spacebar]*(x^3[Spacebar]-1)**

$$f(x) := (x + 6)\cdot\left(x^3 - 1\right)$$

Pirmo reizi nospiežot **Spacebar**

$$\underline{x + 6}$$

tiek izveidotas zilas rediģēšanas līnijas. Ievadot reizināšanas zīmi tā attiecas uz visu ar rediģēšanas līnijām iezīmēto izteiksmi.
Gadījumā, ja **Spacebar** netiktu nospiests, tiktu iegūta pilnīgi cita

izteiksme: $x + 6\cdot x^3 - 1$.

Otro reizi nospiežot **Spacebar,** tiek iezīmēts $x^3$ un drukājot **-1,** atņemšana tiek veikta no izteiksmes $x^3$. Nepielietojot **Spacebar,** būtu iegūts rezultāts :

**Drukā**

**Ekrānā redzams**

**f(x):x+6*(x^3-1)**

$$f(x) := x + 6\cdot\left(x^{3-1}\right)$$

Taustiņš **Spacebar** rūpīgi jālieto strādājot ar eksponentēm, kvadrātsaknēm, indeksiem un dalīšanu.

Piemēram:

**Drukā**

**Ekrānā redzams**

**x^2[Spacebar] +3[Spacebar] /5[Enter]**

$$\frac{x^2 + 3}{5}$$

**Drukā**

**Ekrānā redzams**

**x^1/t^2[Spacebar][Spacebar][Spacebar]/3**

$$\frac{x^{\frac{1}{t^2}}}{3}$$

### 2.2.5. Izteiksmju rediģēšana

Veiksim izteiksmes $f(x) := \frac{\sqrt{x^2+5}}{8} - x^3$ rediģēšanu ar peles palīdzību:

- Paklikšķinam ar peles kreiso taustiņu uz kvadrātsaknes simbola. Sakne un visa zemsaknes izteiksme ir iezīmēta zilās rediģēšanas līnijās;
- Paklikšķinam pa labi no 5 un izmantojot taustiņu **Spacebar** paplašinam iezīmēto apgabalu;
- Paklikšķinam pa kreisi no 3 un izmantojot taustiņu **Spacebar** paplašinam iezīmēto apgabalu.

Zilās rediģēšanas līnijas definē izteiksmes daļu, uz kuru attieksies nākošais ievadāmais operators vai darbība. Jaunā izteiksme vai operators parādīsies pa kreisi vai pa labi no vertikālās zilās līnijas atkarībā no tā, kā ir veikta iezīmēšana (sākot pa kreisi vai pa labi no kāda objekta).

Vēl dažas darbības ar peli:

$$f(x) := \frac{\sqrt{x^2+5}}{8} - x^3$$

- Izpildam dubultklikšķi uz argumentu x funkcijas f(x) izteiksmē;
- Nospiežam peles taustiņu pa kreisi no $x^2$ un, turot to nospiestu, pārvietojam peles kursoru pa labi.

Veicot šīs darbības, daļa no matemātiskās izteiksmes tiek iekrāsota inversā krāsā. Ievadot nākošo izteiksmi vai operatoru, šī iezīmētā daļa tiks dzēsta.

Rediģējiet izteiksmi

$$x := 1.5$$

$$2 \cdot x^2 + \frac{3}{2} \cdot x + 2 = 8.75$$

tā, lai tā izskatītos sekojoši

$$x = 1.5$$

$$-2 \cdot (x-5)^2 + \frac{5}{2} \cdot x - 2 = -22.75$$

.

## 2.3. Skaitlisku un simbolisku izteiksmju ievadīšanas piemēri

*Mathcad*-ā ir iespējams veikt darbības kā ar skaitliskām tā ar simboliskām izteiksmēm. Skaitliskas izteiksmes satur skaitļus un operatorus, bet simboliskās izteiksmes - skaitļus, nezināmos, mainīgos un operatorus.

Ar peles kreiso taustiņu uzklikšķinot patvaļīgā ekrāna lapas vietā, parādīsies sarkans krustiņš norādot pozīciju, no kuras tiks uzsākts ievads. *Mathcad*-ā komandas un operatorus var ievadīt kā no tastatūras tā arī no piedāvātām rīki rindām.

Rakstot ar tastatūru uz ekrāna parādās izteiksme mazliet atšķirīgā formā

| Rakstot ar tastatūru | uz ekrāna iegūstam |
|---|---|
| **2+1/2** | $2+\frac{1}{2}$ |
| **(9+3)/2*4-5** | $\frac{9+3}{2\cdot 4-5}$ |

Izteiksmes skaitlisko vērtību nosaka, ievadot no tastatūras vienādības zīmi **=.**
Lai nodzēstu izteiksmi no ekrāna, ieklikšķiniet peles kursoru jebkurā izteiksmes vietā. Nospiediet tastatūras taustiņu ***Spacebar*** tik ilgi, kamēr visa izteiksme ir nodalīta ar zilu leņķveida rāmi. Nospiediet taustiņu ***Backspace.*** Iezīmētais laukums nokrāsosies melnā krāsā. Nospiediet taustiņu ***Delete*** un izteiksme pazudīs no ekrāna.

| Rakstot ar tastatūru | uz ekrāna iegūstam |
|---|---|
| **3*x+2*y** | $3x+2y$ |
| **\16-d^2** | $\sqrt{16-d^2}$ |
| **log(x^2)-log(1000)** | $\log\left(x^2\right)-\log(1000)$ |

Jāņem vērā, ka simbols slīpa svītra ( \ **)** Mathcadā identificē kvadrātsakni.**]**

## Mainīgos saturošu izteiksmju izskaitļošana

**Uzdevums.** Noteikt izteiksmes $\frac{a^2\cdot b}{2}$ vērtību pie nosacījuma, ka **a=9,8** un **b=5**

***Darba gaita***:
Ar peli ieklikšķinām brīvā ekrāna vietā un ar tastatūru rakstām **a:9.8.**
Uz ekrāna būs redzams **a:=9.8 (**parametram **a** tiek piešķirta vērtība **9.8**).
Piešķiršanas zīmi no tastatūras ievada ar **:** ( kols).
Līdzīgā veidā parametram **b** piešķiram vērtību **5**.
Ar tastatūru ievadām **a^2*b/2=** un automātiski iegūstam izteiksmes skaitlisko vērtību.
Uz ekrāna redzams:

$$b := 5$$

$$\frac{a^2\cdot b}{2} = 240.1$$

***Mathcad lasa un izpilda darbības virzienā no kreisās uz labo pusi un sākot no augšas uz leju. Saskaņā ar šo jāievēro, lai mainīgo skaitliskās vērtības tiktu uzdotas pirms mainīgos saturošās izteiksmes!***

Uz ekrāna izvietotu izteiksmi ar peles palīdzību var pārvietot uz jebkuru citu ekrāna vietu. Veicot vienu peles klikšķi uz izteiksmes, tai apkārt parādās melns rāmis. Pieliekot peles kursoru pie rāmja malas, tas pārvēršas par mazu melnu roku. Turot nospiestu peles pogu, pārvietojam izteiksmi uz vajadzīgo vietu
*Mathcad* visi rezultāti ir savā starpā saistīti (dzīvi). Mainot kāda izteiksmes parametra skaitlisko vērtību vai tās daļu, tiek pārrēķinātas visas skaitliskās vērtības un pārzīmēti attiecīgie grafiki.

Ieklikšķinot kursoru izskaitļojuma rezultātā un atverot izvēli **Format → Result,** iespējama rezultāta formāta maiņa.
Izvēlamies vajadzīgo formātu un apstiprinām to.

| Number Format General | Number Format Fractional |
|---|---|
| $\frac{5^2}{4} = 6.25$ | $\frac{5^2}{4} = \frac{25}{4}$ |

## 2.4. Funkcijas vērtību noteikšana un vērtību tabulas izveidošanas piemēri

Lai definētu mainīgo **x**, kas mainās no **0** līdz **10** ar soli **1,** ar tastatūru raksām **x:0;10.** Tādā gadījumā uz ekrāna būs redzams **x:=0..10.** Solis 1, speciāli nav jāievada. Ja vēlamies, lai mainīgais **x** mainās no **0** līdz **10** ar soli **2**, tad jāievada divas pirmās mainīgā vērtības, kas viena no otras ir atdalītas ar komatu un pēdējā mainīgā vērtība: x:**0,2;10.** Tā rezultātā uz ekrāna būs redzams **x:=0,2..10.**

**Uzdevums.** Mainīgais **x** mainās intervalā no **0** līdz **15** ar soli **3**. Aprēķināt izteiksmes $\mathbf{2(x-5)^2+x-2}$ vērtības šajā apgabalā.
***Darba gaita*:**
Definējam mainīgā **x** vērtības rakstot **x:0,3;15** un definējam funkciju f(**x**) rakstot **f(x):2*(x-5)²+x-2**
Uz ekrāna redzams:

$$x := 0,3..15$$

$$f(x) := 2\cdot(x-5)^2 + x - 2$$

Lai izdrukātu mainīgā **x** vērtības un tām atbilstošās funkcijas **f(x)** vērtības, rakstām:
**x=** un **f(x)=**

Uz ekrāna

| x = | f(x) = |
|---|---|
| 0 | 48 |
| 3 | 9 |
| 6 | 6 |
| 9 | 39 |
| 12 | 108 |
| 15 | 213 |

Gadījumā, ja nepieciešams noteikt funkcijas vērtību pie kādas citas mainīgā x vērtības, piem., **x=11,** rakstām **f(11)=** un tā rezultātā uz ekrāna iegūstam

**f(11)=81**.

## 2.5. Mainīgo un funkciju definēšanas piemēri

Definēšanas simbols := atrodas aritmētiskajā paletē (**Arithmetic Palette**), bet to var izveidot arī no klaviatūras, nodrukājot kolu un vienādības zīmi:

$$a := 4 \qquad\qquad a + \sqrt{a} = 6 .$$

Mainot kādam dotu izteiksmju lielumam sākotnēji piešķirto vērtību, *Mathcad*-s automātiski pārrēķina visas no šī lieluma atkarīgās izteiksmes. Tādā veidā varam noteikt jebkuras dotas funkcijas vērtību pie fiksētas argumenta vērtības. Piemēram:

$$f(x) := \frac{\sin(x)}{\frac{x}{a}} \qquad\qquad f(10) = -0.218 .$$

Gadījumā, ja ir uzdota parametra a vērtība a=4, paklikšķinot **a** vērtības definīcijā pa labi no skaitļa 4, iegūstam zilu rediģēšanas līniju:

$$\boxed{a := 4}$$

Nospiežot vienu reizi taustiņu **Backspace,** iegūstam:

$$\boxed{a := \blacksquare}$$

Melnā taisnstūra vietā nodrukājot **3,** parametram **a** esam piešķīruši citu vērtību t.i. a=3. Paklikšķinot ar peli brīvajā ekrāna apgabala, redzam tās izmaiņas, kuras radušās parametra vērtības izmaiņas rezultātā.

Argumenta vērtību apgabala operators ( **..** ) atrodas aritmētikas paletē (**Arithmetic Palette**) un var tikt ievadīts arī no klaviatūras, izmantojot semikolu ( **;** ). Argumenta vērtības tiek uzdotas fiksējot to izmaiņas apgabala pirmo vērtību, vērtību izmaiņas soli un pēdējo vērtību. Lai iegūtu turpmāk redzamās tabulas, nodrukājiet **z=**, **f(z)=** un tā tālāk.

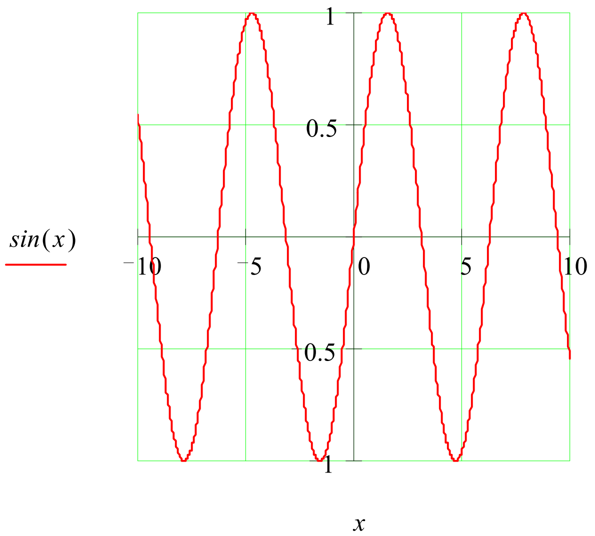
$$z := 0, .5 .. 2$$

| z | f(z) | exp(f(z))·z |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0.5 | 3.835 | 23.156 |
| 1 | 3.366 | 28.959 |
| 1.5 | 2.66 | 21.444 |
| 2 | 1.819 | 12.326 |

Nomainot argumenta z definīcijā pēdējo vērtību 2 ar vērtību 4, iegūstam lielāku argumenta un funkciju vērtību tabulu. Nomainot argumenta vērtību izmaiņas soli, piem., ar vērtību 0.2, iegūsim blīvāku funkciju vērtību kopu.

## 2.6. Funkciju grafiku konstruēšana

Viena argumenta funkcijas grafiku x-y asīs, piemēram, **sin(x)**, iegūstam nodrukājot funkcijas izteiksmi un paklikšķinot uz **X-Y Plot** pogas grafiskajā paletē (**Graph Palette**), vai izvēloties komandu **Insert Graph → X-Y Plot** vai arī paklikšķinot uz **@** taustiņa. Pie horizontālās ass jānodrukā funkcijas arguments (mūsu gadījumā tas ir x) un jānospiež **Enter**.




Funkcijai, kuras grafiks tiek konstruēts nav obligāti jābūt mainīgā **x** funkcijai.

**Uzdevums.** Uzkonstruēt funkciju $y^2$-3y , zcos(z), $\frac{1}{1+x^2}$ grafikus.

### 2.6.1. Funkciju grafiku konstruēšana lietojot mainīgo diapazonus

Gadījumos, kad nepieciešams iegūt funkcijas grafiku fiksātam argumenta izmaiņas apgabalu, rīkojamies sekojošā veidā.

- Definējam viena mainīgā funkciju (piemēram f(x) = $x^2$ + 8x - 27 )

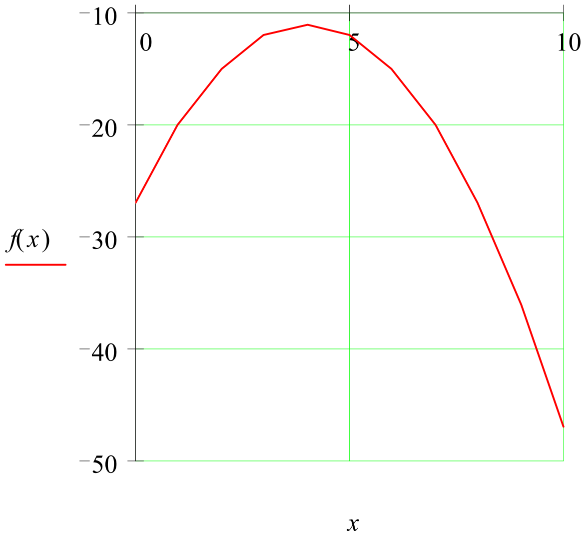
| **Drukā** | **Ekrānā redzi** |
|---|---|
| **f(x):-x^2[Spacebar]+8*x-27** | $f(x) := -x^2 + 8 \cdot x - 27$ |

- Definējam neatkarīgu mainīgo horizontālajai asij:

**Drukā**
**x:0;10**

**Ekrānā redzi**
$x := 0..10$

- Grafiku veidojam nodrukājot **@**, vidū pie horizontālās ass pierakstot x, vidū pie vertikālās ass f(x) un nospiežot **Enter**.

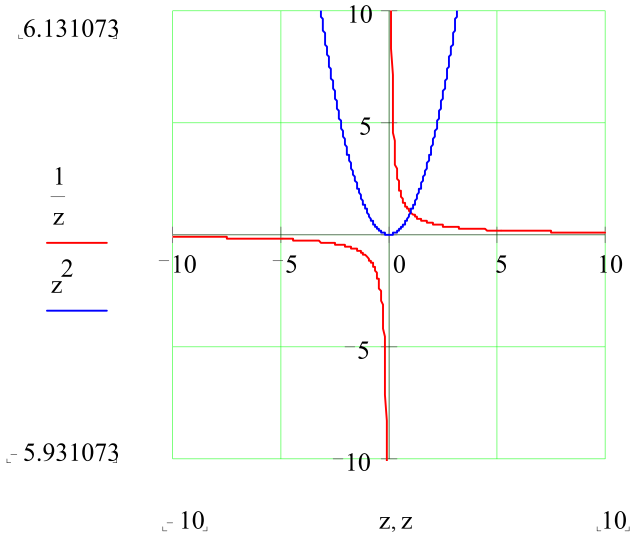



Grafika'' gludumu'' raksturo punktu skaits, kuros tiek noteiktas funkcijas vērtības, kas savienotas ar taisnes nogriežņiem. Palielinot šo punktu skaitu, iegūstam gludāku līkni. Punktu skaitu izmainām uzdodot argumenta izmaiņas soli dotajā intervālā (piem., x:= 0,0.1..10).
Lai iegūtu dotās funkcijas grafiku pie citām tā parametra vērtībām, pietiek divas reizes paklikšķināt uz kāda no grafika elementiem un dialoga logā nomainīt vajadzīgos parametrus vai dot komandu **Format → Graph**.

## 2.6.2. Vairāku funkciju grafiku vienlaicīga veidošana

Lai vienlaicīgi izveidotu vairāku funkciju grafikus, piemēram $\frac{1}{z}$ un $z^2$, nodrukājam šo funkciju izteiksmes, atdalot tās ar komatu, nodrukājam **@** un pierakstam z pie horizontālās ass:

**Drukā**
**1/z [Spacebar] , z^2 @ [Enter]**

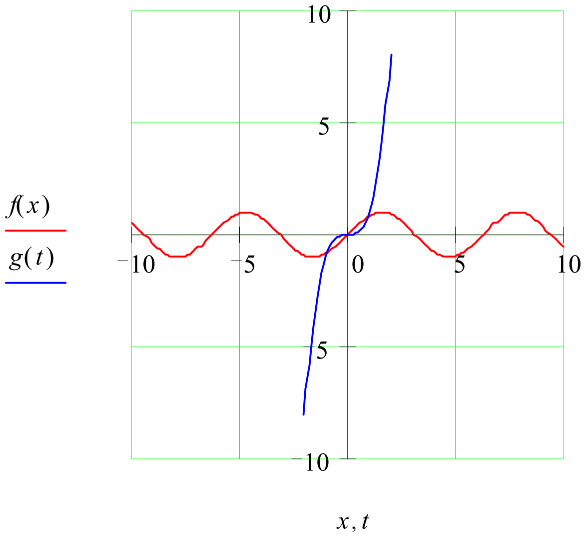



Atšķirīgu funkciju grafikiem var tikt lietoti atšķirīgi mainīgie ar atšķirīgu to izmaiņas diapazonu. Tā, piemēram:

| **Drukā** | **Ekrānā redzi** |
|---|---|
| **f(x):sin(x)** | $f(x) := \sin(x)$ |
| **g(t):t^3** | $g(t) := t^3$ |
| **x:-10,-9.9;10** | $x := -10, -9.9..10$ |
| **t:-2,-1.9;2** | $t := -2, -1.9..2$ |

Grafiku izveidošanai

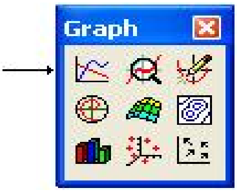
- brīvā vietā drukā **@;**
- horizontālās ass vidū drukā **x,t;**.
- vertikālās ass vidū drukā **f(x),g(t);**
- nospiež **Enter.**



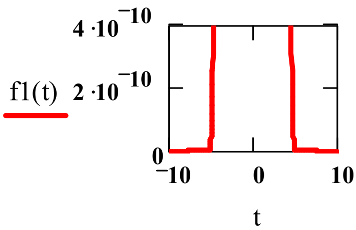

## 2.6.3. Grafiku konstruēšanas piemēri

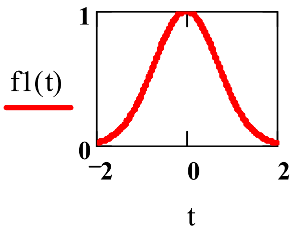
**Uzdevums**.Uzkonstruēt grafiku funkcijai f(t)=exp(-t$^2$).
**Darba gaita**:

Definējam funkciju: $f1(t) := \exp\left(-t^2\right)$
Par cik funkcijas nosaukums **f** jau ir izmantots, tad definējot funkciju izmantojam apzīmējumu **f1**.
Ar peli ieklikšķinām brīvā ekrāna vietā un no **Math** paletes nospiežot pogu,  atveras grafiku zīmēšanas komandas, no kurām izvēlamies **x-y Plot.**

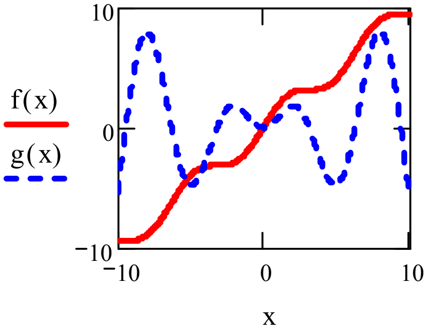



Uz abscisu ass no tastatūras ievadām argumenta apzīmējumu **t**, uz ordinātu ass funkcijas nosaukumu f1(t) un ar peli ieklikšķinām brīvā ekrāna vietā. Grafiks ir neizteiksmīgs. Nomaināt argumenta intervālu uz [-2,2]. Paklikšķinām ar peli grafika laukumā un pēc tam paklikšķinot uz mazākās argumenta vērtības nomaināt to ar vērtību -2. analogi nomaināt otru galējo argumenta vērtību. Paklikšķinot ar peli ārpus grafika laukuma konstatējam, ka grafiks ir daudz izteiksmīgāks.



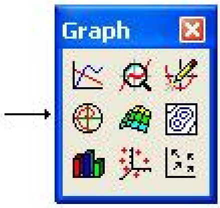

**Uzdevums.** Izveidot funkciju f(x)=x+sin(x) un g(x)=xsin(x) grafikus.
**Darba gaita**: definējam funkcijas f(x):=x+sin(x)      g(x):=x sin(x)



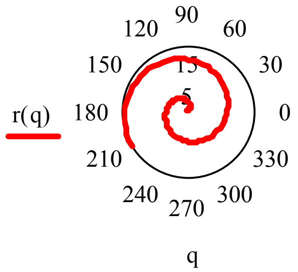

Lai uzkonstruētu grafikus divām vai vairākām funkcijām uz abscisu ass ievadām argumenta vārdu, t. i. **x**, bet uz ordinātu ass funkciju nosaukumus, t. i., **f(x)** un **g(x),** atdalot tos vienu no otra ar komatu.
Uzklikšķinot divas reizes uz grafika, atveras logs **Formatting Currently Selected X Y Plot** ar grafiku noformēšanas papildus iespējām.(Lūdzu iepazīties patstāvīgi).

## 2.6.4. Grafiki polārajās koordinātēs

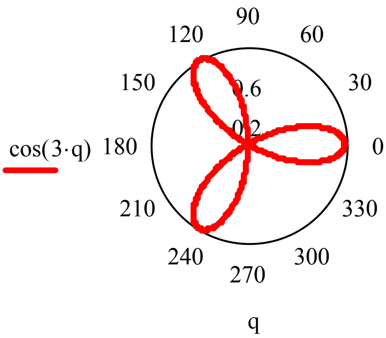
Analogi zīmējam funkciju grafikus polārajās koordinātēs.
No grafiku zīmēšanas instrumentiem izvēlamies **Polar Plot**.
Mainīgais q mainās no 0 līdz 10 ar soli 0.1

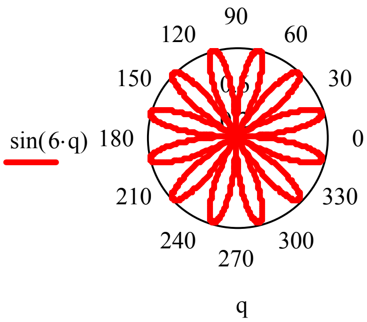



$q := 0, 0.1 .. 10$
$r(q) := 2 \cdot q$




Funkciju grafiki polārajās koordinātēs funkcijām cos(3q) un sin(6q)



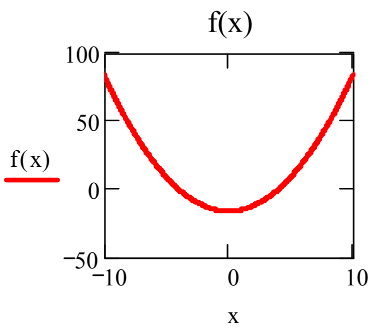




## 2.6.5. Apvienoti grafiki

Vienkāršākais veids kā vairākus grafikus apvienot vienā, ir izmantot nosacījuma operatoru **if**. Izveidojot nosacījumus jāatceras, ka apvienojumu **and** (un) realizē izmantojot reizināšanas zīmi, bet nosacījumu **or** (vai) izmantojot pluss zīmi.

**Uzdevums.** Veikt funkcijas $f(x) := x^2 - 16$ grafika modifikācijas atbilstoši izvirzītajiem nosacījumiem!

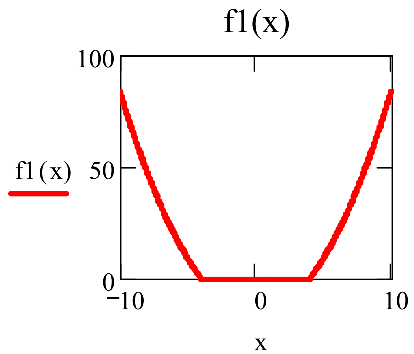
**1.uzdevums.** Uzzīmēt funkcijas $f(x) := x^2 - 16$ grafiku!




**2.uzdevums.** Uzzīmēt grafiku funkcijai, kura atšķiras no funkcijas f(x) ar to, ka posmā, kur f(x)<0 funkcijai ir konstanta vērtība vienāda ar 0!
**Darba gaita**. Definējam funkciju $f(x) := \mathrm{if}(f(x) > 0, f(x), 0)$
Funkcijas nosaukums ir pasvītrots ar zaļu viļņotu līniju.Tas nozīmē, ka *Mathcad* brīdina par to, ka vēlams lietot citu kombinētās funkcijas nosaukumu. Tādēļ ievedam apzīmējumu:

$$f1(x) := \mathrm{if}(f(x) > 0, f(x), 0)$$

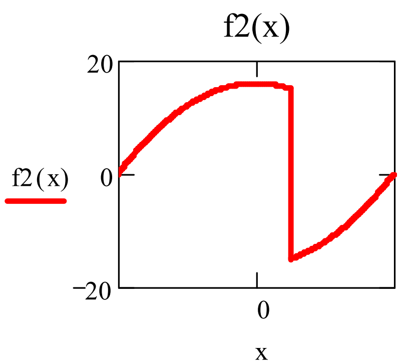
un iegūstam




**3.uzdevums.** Uzzīmēt grafiku funkcijai f2(x), kura atšķiras no funkcijas f(x) ar to, ka argumenta x vērtībām x<1 ir spēkā nosacījums f2(x)= -f(x)!
**Darba gaita**. Definējam funkciju

$$f2(x) := \mathrm{if}(x \geq 1, f(x), -f(x))$$

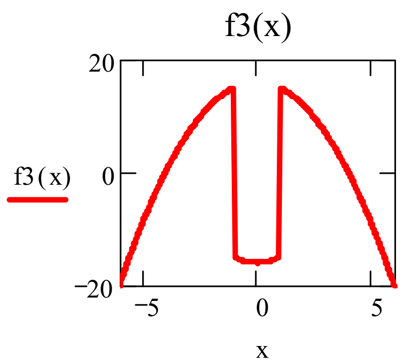
Tā rezultātā iegūstam grafiku




**4. uzdevums.** Uzzīmēt grafiku funkcijai f3(x), kura atšķiras no funkcijas f(x) ar to, ka argumenta x vērtībām -1<x<1 ir spēkā nosacījums f3(x)= -f(x)!
**Darba gaita**. Definējot funkciju

$$f3(x) := \mathrm{if}[(x > -1)\cdot(x < 1), f(x), -f(x)]$$

nosacījumu par izmainītās funkcijas argumentu vērtībām ievadām ar reizināšanas zīmi.
Iegūstam sekojošu funkcijas f3(x) grafiku:

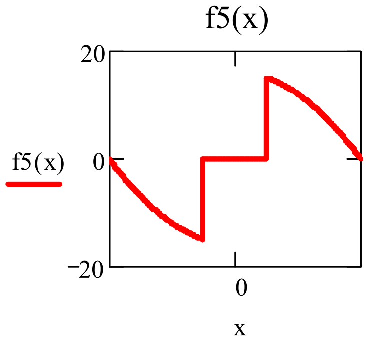


**5. uzdevums.**Uzzīmēt grafiku funkcijai f4 (x), kura atšķiras no funkcijas f(x) ar to, ka argumenta x vērtībām $-1<x<1$ ir spēkā nosacījums $f2(x)=0$, bet argumenta vērtībām $x>1$ ir spēkā nosacījums $f2(x)=-f(x)$!

**Darba gaita**. Definējam funkciju

$$f5(x) := \mathrm{if}(x \le -1, f(x), \mathrm{if}(x > 1, -f(x), 0))$$

Šīs funkcijas grafiks ir:

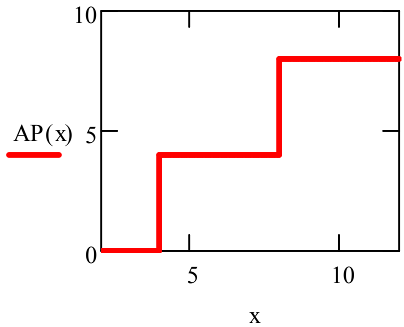



**6. uzdevums.** Uzzīmēt grafiku apvienotai funkcijai AP(x), kuru veido funkcijas $Y1(x) =0$, $Y2(x) = 4$ un $Y3(x) = 8$ atbilstoši nosacījumiem

$$AP(x) = \begin{cases} Y1(x), & \text{ja } x<4 \\ Y2(x), & \text{ja } 4\le x<8 \\ Y3(x), & \text{ja } x\le 8 \end{cases}$$

Definējam funkcijas:

$$AP(x) := \mathrm{if}[(x \ge 0)\cdot(x \le 4), Y1(x), \mathrm{if}[(x \ge 4)\cdot(x \le 8), Y2(x), Y3(x)]]$$




## 2.6.6. Virsmu grafiki

Virsmas grafikuizveidošanai izmantojam no grafiku rīku rindas komandu **Surface Plot** vai **3D Scatter Plot**.

Virsmas veido divargumentu funkcijas.

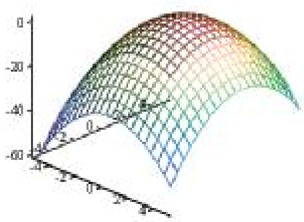
Piemēram definējam funkciju

$$f1(x,y):=x+y-x^2-y^2$$

Grafiku noformēt var vairākos veidos. Šajā piemērā pirmajā gadījumā uzzīmējam tikai virsmas grafika kontūras (**Auto Contour**), otrajā gadījumā virsma ir aizpildīta. Grafika noformējuma komandas iestāda divas reizes uzklikšķinot uz grafika. Atveras komandu logs **3-D Plot – Format**.

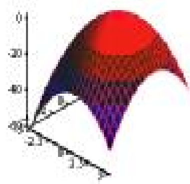
1. Grafiks noformēts ar komandu **3-D - Plot – Format Special Auto Contour**

Virsmas grafiks funkcijai f1(x,y)



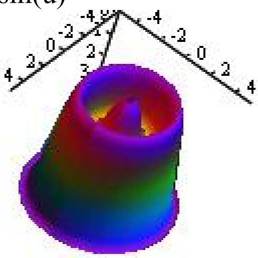
2. Grafiks noformēts ar komandu **3-D – Plot – Format Special Auto Contour** un **Fill**

Virsmas grafiks f1(x,y)



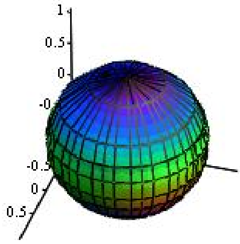
Darbojoties ar 3D grafiku ir iespējams definēt arī funkciju ar 3 mainīgajiem.
**Piemērs**.

1. F1(u,v):=u sin(v)  F2(u,v):= cos(v)
F3(u,v):=u $\sin(u)^2$



(F1,F2,F3)

2. X(u,v):=sin(v)cos(v)
Y(u,v):=sin(v)sin(u)  Z(u,v):=cos(v)



(X,Y,Z)

Lai izmainītu grafika formu divas reizes uzklikšķinām uz grafika un izdarām vajadzīgās izmaiņas.

## 2.7. Vienādojumu sakņu noteikšana skaitliskā veidā

Gadījumā, ja jānosaka vienādojuma f(t)=0 saknes, palaižam *Mathcad* sakņu meklētāju formā **root (f(t), t) =** . Šai gadījumā iepriekš orientējoši jānorāda saknes atrašanās vieta. Piem.,

$$t := 1$$

*Mathcad*-s atradīs norādītajai vērtībai tuvāko sakni. Tā, piem., funkcijas $f(t)=t^2-\cosh(t)$ gadījumā, iegūstam:

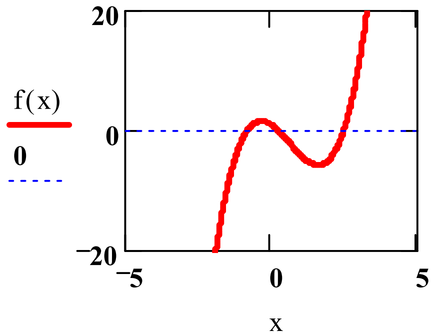
$$root(t^2 - \cosh(t), t) = 1.621$$

## 2.8. Nelineāra vienādojuma un vienādojumu sistēmu sakņu noteikšana

**Uzdevums.** Noteikt vienādojuma 2x - 4x - 3x + 1=0 saknes.
**Darba gaita:**

Definējam funkciju $f(x) := \mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1}$ un uzkonstruējam šīs funkcijas grafiku. Izveidojam uz abscisu ass vērtību izmaiņas intervālu [-2,2], bet uz ordinātu ass intervālu [-20, 20]. Veicam vienu peles kreisās pogas klikšķi uz grafika un ieslēdzam komandu ***Format* → *Graph* → *Trace***. Paklikšķinām uz grafika krustpunkta ar abscisu asi. Tā rezultātā dialoga logā parādīsies x un y vērtības. Jācenšas uzklikšķināt pēc iespējas precīzāk uz ass tā, lai y vērtība būtu tuva nullei. Dialoga logā nospiežot komandu ***Copy***, novietojot kursoru brīvā laukuma daļā un nospiežot komandu ***Paste,*** uz ekrāna tiks izvadīta nosakāmā x vērtība.

$$f(x) := \mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1}$$




**-0.5**
ir pirmā tuvinātā x vērtība, pie kuras izpildās nosacījums f(x)=0,
**2**
ir otrā x vērtība, pie kuasr f(x)=0, bet
**0.3**
ir trešā x vērtība, pie kuras f(x)=0.

Šāda metode nav precīza un tādēļ ieteicams vienādojuma sakņu noteikšanu veikt izmantojot funkciju ***root(f(x),x)*** vai procedūru ***Given ... Find***.

### 2.8.1 Vienādojumu sakņu aprēķins dotajā intervālā ar funkciju (vai operatoru) root (*root(f(x),x)*).

Saskaņā ar funkcijas $f(x) := \mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1}$ grafiku konstatējam, ka tuvināta

mainīgā x vērtība, pie kuras f(x)=0 ir -0,5. Šo tuvināto vērtību piešķiram mainīgajam x un rakstām root(f(x),x)= .
Tā rezultātā iegūstam:

$$x := -\mathbf{0.5}$$

$$\mathrm{root}(f(x), x) = -\mathbf{0.774}$$

Analogi nosakām vienādojuma otro un trešo sakni

$$x1 := \mathbf{2}$$

$$\mathrm{root}(f(x1), x1) = \mathbf{2.517}$$

$$x3 := \mathbf{0.3}$$

$$\mathrm{root}(f(x3), x3) = \mathbf{0.257}$$

## 2.8.2. Vienādojuma sakņu noteikšana, izmantojot komandu *Given ... Find*

Ievadot vienādojumus ( vienu vai arī vienādojumu sistēmas), lieto simbolisko vienādības zīmi. To veic nospiežot **Ctrl** un ievadot = .
Ievadām tuvinātu pirmās saknes vērtību.

**x:=-0.5**

Starp komandas **Given .. find** vārdiem tiek ievadīta vienādojuma kreisā puse un tai sekojošā simboliskā vienādības zīme (no tastatūras taustiņi **Ctrl** un =).
Aiz vārda **find** nodrukājot argumenta vārdu, t.i. x, tiek iegūta saknes vērtība:

**Given**

$$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

$$\mathrm{find}(x) = -\mathbf{0.774}$$

Ievadām tuvinātu otrās saknes vērtību un analogā veidā nosakām tās precizētu vērtību. Ieteicams lietot citu mainīgā apzīmējumu. Ar viļņotu stvītru pasvītrotais liecina par to, ka šāds lielums jau ir izmantots.

$$x := \mathbf{2}$$

**Given**

$$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

$$\mathrm{find}(x) = \mathbf{2.517}$$

Analogi nosakām trešo sakni:

$$x := \mathbf{0.3}$$

**Given**

$$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{0}$$

$$\mathrm{Find}(x) = \mathbf{0.257}$$

**Uzdevums.** Aprēķināt tās argumenta vērtības dotajā intervālā **[-0.5, 2],** pie kurām funkcijas vērtība ir **-3.**
Iespējami divi varianti: izmantojot operatoru **root ,** vai komandu **Given..find.**

Pirmajā gadījumā rīkojamies sekojošā veidā:

$x := \mathbf{-0.5}$

$\mathrm{root}(f(x) + \mathbf{3}, x) = \mathbf{-1.084}$

$x1 := \mathbf{2}$

$\mathrm{root}(f(x1) + \mathbf{3}, x1) = \mathbf{2.273}$

$x3 := \mathbf{0.3}$

$\mathrm{root}(f(x3) + \mathbf{3}, x3) = \mathbf{0.812}$ .

Otrajā gadījumā:

$x := \mathbf{-0.5}$

**Given**

$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{-3}$

$\mathrm{find}(x) = \mathbf{-1.084}$

$x := \mathbf{2}$

**Given**

$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{-3}$

$\mathrm{find}(x) = \mathbf{2.273}$ .

$x := \mathbf{0.3}$

**Given**

$\mathbf{2}\cdot x^{\mathbf{3}} - \mathbf{4}\cdot x^{\mathbf{2}} - \mathbf{3}\cdot x + \mathbf{1} = \mathbf{-3}$

find (x) = **0.812.**

**Uzdevums**. Atrisināt nelineāru vienādojuma sistēmu

$x(z+1)^2-2x(x+z)=0$
$(1-x)^2y-2x^2=0$
$(z-2)y^2+z=0.$

Piešķiram mainīgiem **x, y, z** patvaļīgas sakņu sākuma vērtības, pēc tam seko operators ***Given***, tālāk ievada pirmā vienādojuma kreiso pusi un tad simbolisko vienādības zīmi (no tastatūras nospiežot taustiņu ***Ctrl*** un =) un vienādojuma labo pusi nulli. Simbolisko vienādības zīmi var ievadīt arī no *Mathcad*-a rīku rindas. Analogi ievada pārējos vienādojumus. Zemāk ievada komandu ***Find*** ar meklējamo nezināmo apzīmējumiem x,y,z. Mainīgiem var piešķirt arī nosaukumus.

***Darba gaita:***

Patvaļīgi ievadam tuvinātas sakņu sākuma vērtības

x:=3 y:=10 z:=1

**Given**

$$\mathbf{x\cdot(z+1)^2 - 2\cdot x\cdot(x+z) = 0}$$

$$\mathbf{(1-x)^2\cdot y - 2\cdot x^2 = 0}$$

$$\mathbf{(x-2)\cdot y^2 + z = 0}$$

$$\mathbf{find(x,y,z)} = \begin{pmatrix} \mathbf{1.975} \\ \mathbf{8.21} \\ \mathbf{1.717} \end{pmatrix}.$$

**Uzdevums**. Noteikt vienādojuma saknes ar funkciju ***Solve***
Uzrakstam vienādojumu un paņemam simbolisko aprēķinu panelī komandu ***Solve*** ievadam mainīgo **x** un ar atstarpes taustiņu aktivizējam izteiksmi (zila līnija), nospiežam komandu Calculate (vai taustiņš F9).

$$x^2 - \mathbf{25} \text{ solve}, x \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{5} \\ \mathbf{-5} \end{pmatrix}$$

Jāņem vērā, ka lietojam simbolisko vienādības zīmi.

Pieraksts var būt arī šāds:

$$\mathbf{f(x) := x^2 - 16 - 0.2\cdot x}$$

$$\mathbf{f(x) \text{ solve}, x} \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{-3.9012498047485113248} \\ \mathbf{4.1012498047485113248} \end{pmatrix}.$$

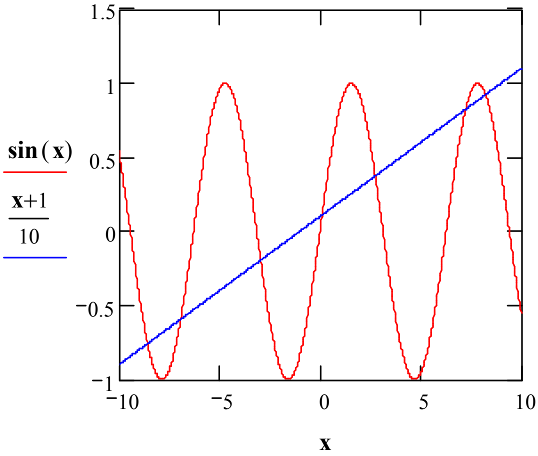
**Uzdevums**.Atrast kvadrātvienādojuma $az^2 + bz + c = 0$ saknes.
**Darba gaita:** Piešķiram mainīgiem **a, b**, un **c** vērtības. Rakstot vienādojumu izmantojam simbolisko vienādojuma zīmi un komandu ***Solve*** kā iepriekšējā piemērā.

a:=2 b:=3 c:=1

$$0 = \mathbf{a\cdot z^2 + b\cdot z + c \text{ solve}, z} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ \frac{-1}{2} \end{pmatrix}.$$

**Uzdevums.** Noteikt vienādojuma $\mathbf{sin(x)} = \frac{\mathbf{x}+1}{10}$ saknes.

**Darba gaita:** Uzkonstruējam vienādojuma kreisās un labās puses funkciju grafikus un tuvināti nolasām tās argumenta x vērtības, pie kurām abi grafiki krustojas. Diapozonā no -10 līdz +10 šādas vērtības ir 7.




$$\sin(x)-\frac{x-1}{10}=0$$

Izmantojot funkciju **root,** iegūstam

x:= - 9

$$\mathbf{root}\left(\sin(\mathbf{x})-\frac{\mathbf{x}+1}{10},\mathbf{x}\right)=8.245$$

x:= 9

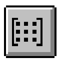
$$\mathbf{root}\left(\sin(\mathbf{x})-\frac{\mathbf{x}+1}{10},\mathbf{x}\right)=-8.567$$

**Studentam jāatrod pārējās saknes.**

## 2.9. Darbs ar vektoriem un matricām

### 2.9.1. Vektoru un matricu definēšana

Lai izveidotu vektoru vai matricu:

- Drukā **v:**
- Izvēlas komandu **Insertà Matrix** vai paklikšķina uz pogas  vektoru un matricu paletē **(Vector and Matrix Palette).**
- Ievada vajadzīgo rindu un kolonnu skaitu (3 un 1).
- Paklikšķina uz **Insert.**
- Aizpilda matricas sagatavi lietojot **Tab** lai pārvietotos no vienas pozicijas uz otru.

$$v:=\begin{bmatrix}3.3\\-1.2\\8\end{bmatrix}$$

Lai iegūtu pirmo vektora elementu, kura indekss pēc noklusēšanas ir 0

**Drukā**

**v[0=**

**Ekrānā redzi**

$v_0 = 3.3$

vai lieto pogu $x_i$ no **Arithmetic Palette**.

Nākošajam elementam ir indekss $1$:

**Drukā**

**v[1=**

**Ekrānā redzi**

$v_1 = -1.2$

Pēdējam elementam ir indekss 2:

**Drukā**

**v[2=**

**Ekrānā redzi**

$v_2 = 8$

Lai izvadītu visus elementus uzreiz:

**Drukā**

**i:0;2**
**v[i=**

**Ekrānā redzi**

$i := 0..2$

$v_i$

| |
|---|
| 3.3 |
| -1.2 |
| 8 |

Vektoru elementi var tikt izmantoti kā funkcijas argumenti. Piemēram:

$b := 9.7$  $a := 1.1$  $f(v) := \dfrac{\sqrt{v+3}}{9 \cdot b^2} \cdot v + a$

Definējam vektoru un lietojam tā elementus kā funkcijas argumentus:

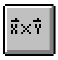
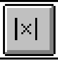
$$v := \begin{bmatrix} 3.3 \\ -1.2 \\ 8 \end{bmatrix} \qquad i := 0..2$$

$f(v_i)$

| |
|---|
| 1.11 |
| 1.098 |
| 1.131 |

Lielākā daļa vektoru un matricu operatoru atrodami **Vector and Matrix Palette.**
Daži piemēri:

| Darbība | Taustiņi | Poga | Uz ekrāna |
|---|---|---|---|
| Skalārais reizinājums | **[Shift]+8** | $x \cdot y$ | $v \cdot w$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Vektoriālais reizi-nājums | **[Ctrl]+8** |  | $v \times w$ |
| Determinants | \| |  | $\lvert M \rvert$ |
| Kolonna | **[Ctrl]+6** |  | $M^{\langle 2 \rangle}$ |

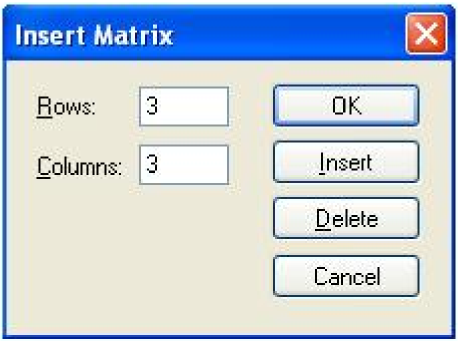
***Mathcad*** ir liels daudzums iebūvēto funkciju darbībām ar vektoriem un matricām. Skatieties dažus piemērus:

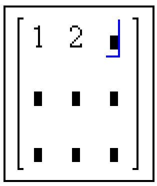
$$M := \begin{bmatrix} 7 & 9 & 1 \\ 6 & -8 & 2 \\ 5 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

| **Mērķis** | **Piemērs** |
|---|---|
| Kolonnu skaits | $cols(M) = 3$ |
| Rindu skaits | $rows(M) = 3$ |
| Lielākā skaitliskā vērtība | $max(M) = 9$ |
| Matricas īpašvērtības | $eigenvals(M) = \begin{bmatrix} 11.526 \\ -11.463 \\ 1.938 \end{bmatrix}$ |

## 2.9.2. Darbs ar matricām.

1. Matricu var ievadīt ar tastatūru nospiežot taustiņu C***trl*** un burtu **M** vai no matricu rīku rindas uzklikšķinot uz matricu vektora pogas.
2. Atveras komandu logs ***Insert Matrix***, kurā jāievada matricas rindu un kolonnu skaits un jānospiež pogu ***OK*** *vai* ***Insert.***
3. Aizpildām tukšās pleisholdera (melni laukumiņi) vietas ar vērtībām. Pārejot no vienas vērtības uz citu, lietot taustiņu ***Tab.***



Piemēram, gadījumā $\begin{pmatrix} 3 & 5.2 & 10.1 \end{pmatrix}$ ir viena rinda un trīs kolonnas, bet gadījumā $\begin{pmatrix} 5i \\ 1+2i \\ 6 \end{pmatrix}$, viena kolonna un trīs rindas.

***Excel* tabulas pārkopēšana uz *Mathcad***

Iezīmējam *Excel* tabulu, iekopējam atmiņā, atveram *Mathcad* un izpildām komandu **Edit > Paste Special** as "**Unformatted Text As Number**,"

$$\begin{pmatrix} 0.87 & 3.9 & 1 & 0.35 \\ 0.97 & 3.6 & 2 & 0.43 \\ 1.9 & 3.55 & 5 & 1 \\ 0.96 & 2.5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

Līdzīgi kā jebkuram mainīgajam arī matricai varam piešķirt vārdu

$$b := \begin{pmatrix} 0.87 & 3.9 & 1 & 0.35 \\ 0.97 & 3.6 & 2 & 0.43 \\ 1.9 & 3.55 & 5 & 1 \\ 0.96 & 2.5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

## 2.9.3. Darbības ar matricām.

Divu dotu matricu $P := \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$ $M := \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ summu nosaka sakarība

$$M + P = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 8 & 12 \end{pmatrix}$$

Sareizinam divas matricas

$$x := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad y := \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$y \cdot x = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 12 \\ 3 & 6 & 9 \\ 6 & 12 & 18 \end{pmatrix}$$

$$x \cdot y = 28$$

Atrast matricas lielāko un mazāko vērtību, izdrukāt rindu un kolonnu skaitu. Definējam matricu, lai ērtāk būtu ievadīt skaitļus spiežam taustiņu „Tab”

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 6 & 9 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$\min(B) = 1$
$\max(B) = 9$

$\mathrm{cols}(B) = 3$
$\mathrm{rows}(B) = 3$

Izdrukājot matricas n-to rindu vai kolonnu *Mathcad*-ā masīva mainīgos elementus sāk skaitīt no 0. Var lietot komandu ORIGIN:=1. Tad matricas pirmais elements ir 1.
Tātad, izdrukājot matricas pirmās rindas otro elementu un trešās rindas trešo elementu, iegūstam

$B_{0,1} = 3$
$B_{2,2} = 1$ .

Lai izdrukātu matricas pirmo rindu un pirmo kolonnu, rakstām..

j:=0..2

$B_{j,0} =$ $B_{0,j} =$

| $B_{j,0}$ | $B_{0,j}$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 4 | 2 |
| 3 | 3 |

Dotas matricas $X := \begin{pmatrix} 5 & 4 & 86 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ transponēto vai inverso matrica un matricas determinantu iegūst, izmantojot pierakstu.

$$X^{-1} = \begin{pmatrix} 0.067 & -1.6 & 1.133 \\ -0.038 & 0.771 & -0.29 \\ 9.524\times 10^{-3} & 0.057 & -0.052 \end{pmatrix} \qquad X^{T} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 86 & 5 & 2 \end{pmatrix} \qquad |X| = -210$$

Iespējama matricu reizināšana vektoriālā formā. Piemēram, dota matrica

$M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, bet tās vektoriālais reizinājums pašai ar sevi ir $\overrightarrow{(M \cdot M)} = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$

Cits iespējamais pieraksta veids ir

$$\overrightarrow{\left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}\right]} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Funkcija ***Augment*** dod iespēju mainīt matricas struktūru**.** Tā, piemēram, divu matricu vietā iespējams izveidot vienu matricu ar citu kolonnu skaitu.

Dotas matricas $M := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ un $P := \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$, bet varam iegūt

$$\text{augment}(M, P) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

## 2.9.4. Vienādojumu sistēmas atrisināšana izmantojot matricu algebru

Izmantojot matricu rēķinus, iespējams noteikt lineāras vienādojumu sistēmas saknes. Lineāras vienādojuma sistēmas saknes aprēķina sareizinot vienādojuma sistēmas kreisās puses inverso matricu ar labās puses matricu:

$$Sak := Vk^{-1} \cdot V$$

Tā, piemēram, vienādojumu sistēmas

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}+2y+3z=1 \\ &4x+5y+4z=2 \\ &3x+2y+z=3 \end{aligned}$$

gadījumā, iegūstam:

$$Vk := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad Vl := \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad Sak = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Saskaņā ar iepriekš izklāstīto, sistēmas atrisinājumu varam iegūt arī izmantojot funkciju ***lsolve.*** Tādā veidā iegūstam

$$\text{lsolve}(Vk, Vl) = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Tātad iegūtie rezultāti sakrīt.

## 2.10. Matemātiskās analīzes uzdevumi

*Mathcad*-ā ir iespējams veikt simboliskas darbības. Simboliskā vienādības zīme ir bultiņa no ***Symbolic*** rīku rindas. Bultiņas vietā var lietot komandu **Symbolic → Evaluate → Symbolically** vai **Shift +F9.**
Lai vienkāršotu izteiksmi, lieto funkciju ***symplify***

$$1 + 2 + \pi \rightarrow 3 + \pi$$

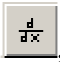
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + z \rightarrow 15 + z$$

$$1 + 2 + \pi = 6.142$$

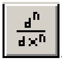
$$\sin(x)^2 + \cos(x)^2 \text{ simplify } \rightarrow 1$$

$$(x-1)^2 + 2\cdot x^2 + 4\cdot x - 1 \text{ simplify } \rightarrow 3\cdot x^2 + 2\cdot x$$

### 2.10.1. Funkciju atvasināšana (diferencēšana)

No ***Calculus*** rīku rindas izvēlamies pogu , kā rezultātā atveras sagatave $\frac{d}{d\blacksquare}\blacksquare$.
Šai sagatavē melno taisnstūrīšu vietās jāievada funkcijas nosaukums (fukcija dota iepriekš) vai tās izteiksme un mainīgais, pēc kura veicama diferencēšana. Ievadot simbolisko vienādības zīmi ( → ), automātiski iegūstam funkcijas diferenciāli. Piemēram:

$$\frac{d}{dx}x^2 \rightarrow 2\cdot x, \qquad \frac{d}{dx}\left[x^2\cdot(\ln(x))\right] \rightarrow 2\cdot x\cdot\ln(x) + x, \qquad \frac{d}{dx}\sin(x) \rightarrow \cos(x).$$

Analogi tiek iegūti funkcijas augstākas kārtas atvasinājumi Šim nolūkam tiek izmantota augstākas kārtas atvasinājuma poga . Piemēram:

$$\frac{d^2}{dx^2}x^4 \rightarrow 12\cdot x^2$$

### 2.10.2. Summu un integrāļu aprēķins

Summu un noteikto integrāļu sagataves atrodamas aprēķinu paletē **Calculus Palette**. Ievadot konkrētas izteksmes un to parametru izmaiņas apgabala vērtības, automātiski iegūstam konkrētās summas vai integrāļa vērtības. Tā, piem., iegūstam:

$$\sum_{n=0}^{10}\frac{1}{n!} = 2.718281 \qquad \int_0^1 \frac{1}{1+x^2}dx = 0.785$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+\cos(x)}\,dx \to 1$$

$$q(x) := x^2 + 4\cdot x - 2 \qquad \int_0^1 q(x)\,dx \to \frac{1}{3}$$

Funkcijas, kura uzdota rindas veidā, vērtības pie fiksētām argumenta vērtībām nosaka analogi tam, kā iepriekš izklāstītajā vienargumenta funkciju vērtību aprēķinā. Piemēram:

$$f(x) := \sum_{k=0}^{3} \left( \frac{3!}{k!\cdot(3-k)!}\cdot x^k \cdot 2^{3-k} \right)$$

$$f(2) = 64.000 \qquad f(-5) = -27.000 \qquad f(1) = 27.000$$

Nenoteiktā integrāļa gadījumā nepieciešams veikt simboliskas operācijas un rezultāta iegūšanai jāizmanto simboliskā vienādības zīme no simbolu paletes. Integrāļu aprēķinam izmantojam atbilstošas rīku paletes poga. Piemēram

$$\int x^2\,dx \to \frac{1}{3}\cdot x^3 \qquad \int \sin(x)\,dx \to -\cos(x) \qquad \int\int\int x\,dx\,dx\,dx \to \frac{1}{24}\cdot x^4$$

### 2.10.3. Funkcijas robežu noteikšana.

Rīku rindā ir trīs pogas robežu noteikšanai, no kurām pirmā ļauj noteikt robežu punktā vai bezgalībā, otrā un trešā nosaka robežu no kreisās un no labās puses. Tā, piemēram, iegūstam:

$$\lim_{x \to 0} x^2 \to 0 \qquad \lim_{x \to \infty} x^2 \to \infty$$

## 2.11. Mērvienību lietošana

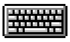
Skaitliskam lielumam mērvienību var pievienot to pareizinot ar mērvienības izteiksmi:

**Drukā** **Ekrānā redzi**

**r:6370*km** $r := 6370 \cdot km$

**A(r):4*p[Ctrl]g*r^2** $A(r) := 4 \cdot \pi \cdot r^2$

(Simbols p ir pieejams arī no **Arithmetic Palette** un **Greek Symbols Palette**.)

 **Drukā** — **Ekrānā redzi**

**A(r)=** $A(r) = 5.099 \cdot 10^{14} \cdot m^2$

Jāatzīmē, ka rezultāts automātiski tiek izvadīts SI sistēmā.

$$4 \cdot \pi \cdot r^2 = 5.099 \cdot 10^{14} \cdot m^2$$

Lai izvadītu aprēķina rezultātu , piemēram, **hectares,** paklikšķinam uz izteiksmes, pēc tam divas reizes uz melnā taisnstūra izteiksmes labajā malā un nomainam mērvienību.

$$4 \cdot \pi \cdot r^2 = 5.099 \cdot 10^{10} \; hectare$$

Mērvienības ievadīšanai var izmantot arī **Insert Unit** dialoga logu.

## Literatūra


1. Дьяконов В.П. Компьютерная математика. Теория и практика. М.:Нолидж, 2001ю
2. Кирьянов Д. MathCAD 2001. СПб.: БХВ-Петербург, 2001.
3. Mathcad 11. Userus Guide. Mathsoft Engineering&Education Inc., 2003.
4. Дьяконов В.П.Энциклопедия MathCAD 2001i и Mathcad 11. М: СОЛОН-ПРЕСС, 2004Ю