

8. TELPISKAS SISTĒMAS

Iepriekš tika analizētas plakanu kopņu aprēķinu metodes. Tātad tika izmantoti nosacījumi, ka visu kopni veidojošo stieņu asis atrodas vienā plaknē, pie kam ārējā slodze un arī balstu reakcijas darbojas kopnes plaknē. Diemžēl šāda aprēķinu shēma reālos būvdarinājumos sastāda tikai daļu no kopējās nesošās konstrukcijas. Būvju stingrības un noturības nodrošināšanai nākas apvienot vairākas plakanas kopnes, tās savā starpā savienojot ar papildus saitēm. Tiltu konstrukcijās parasti tiek apvienotas tikai divas paralēli izvietotas plakanas kopnes, bet kupolveida vai angārveida pārsegumos to skaits ir daudz lielāks.

Savā starpā savienotas paralēlas plakanas kopnes strādā kā telpiskas sistēmas. Tomēr vertikālas slodzes gadījumā tās tiek rēķinātas kā neatkarīgas plakanas sistēmas (bez savstarpējās sasaistes ievērtējuma). Šādas aprēķinu metodikas rezultātā tiek iegūta neliela stiprības rezerve, tomēr tā ir visai niecīga un vērā ņemamu materiāla pārtēriņu nerada. Plakanu kopņu sistēmas, kurās tās veidojošo stieņu asis neatrodas vienā plaknē, tiek risinātas kā telpiskas sistēmas. Tādas sistēmas ir jau minētie kupolveida pārsegumi, torņveida kopnes vai lauzītas liellaiduma ēku pārsegumu konstrukcijas ar speciālu kopņveida pārseguma struktūru (att. 8.6).

8.1. Telpisku kopņu balsti. Balstu reakciju noteikšana

Telpisku kopņu balstiem ir trīs veidi. Šo trīs veidu balstu konstruktīvās un stieņveida shēmas kā arī balstu reakciju nezināmo komponentu skaits dots tabulā 8.1

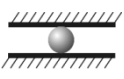
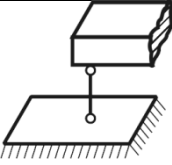
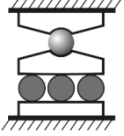
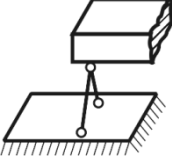
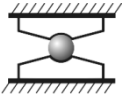
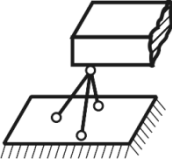
Pirmā veida balsts – plakaniski kustīgs lodveida balsts. Šāda veida balsts pieļauj pagriezienu ap jebkuru caur lodveida locīklu ejošu asi un virzes kustību paralēli atbalsta plaknei.

Otrā veida balsts – lineāri kustīgs lodveida balsts. Šāds balsts pieļauj pagriezienu ap jebkuru caur lodveida locīklu ejošu asi un virzes kustību paralēli garengultņu kustības virzienam.

Trešā veida balsts – nekustīgs lodveida balsts. Šī tipa balsti pieļauj tikai griezes kustību ap jebkuru caur lodveida locīklas centru ejošu asi.

Tabula 8.1

Telpisku kopņu balstu veidi

Balsta veids	Konstruktīvā shēma	Stieņu shēma	Nezināmie
plakaniski kustīgs lodveida			Atbalsta virsmai perpendikulāra, caur lodveida locīklas centru ejoša balsta reakcija
lineāri kustīgs lodveida			Divas balsta reakcijas komponentes, kas iet caur lodveida locīklas centru un atrodas veltņu pārvietošanās virzienam perpendikulārā plaknē (parasti balsta reakciju sadala vertikālā un horizontālā komponentē)
nekustīgs lodveida			Trīs balsta reakcijas komponentes, kas iet caur lodveida locīklas centru un neatrodas vienā plaknē (reakciju virzieni var būt patvaļīgi, parasti ņem vertikālo un divus savstarpēji perpendikulārus virzienus horizontālā plaknē)

Ģeometriski nemainīgas telpiskas konstrukcijas nekustīgai nostiprināšanai pie pamatiem ir nepieciešami ne mazāk par sešiem balstu stieņiem, kuri izvietoti tā, lai tiktu nodrošināts konstrukcijas nekustīgums. Atbalsta punktu skaitam jābūt ne mazākam par trim un tie nedrīkst atrasties uz vienas taisnes. Varētu būt sekojošs balstu sakopojums: viens nekustīgs lodveida balsts, viens lineāri kustīgs lodveida balsts un viens plakaniski kustīgs lodveida balsts.

Piepūles sešos balsta stieņos var tikt noteiktas izmantojot sešus statikas līdzsvara nosacījumus:

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0; \sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0.$$

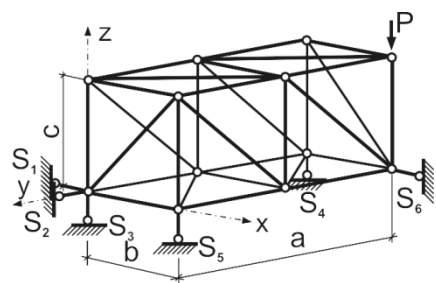
Lai vienkāršotu piepūļu aprēķinu atsevišķos atbalsta stieņos, sastāda momentu līdzsvara vienādojumus attiecībā pret asīm, kuras krusto pēc iespējas vairāk atlikušo

balstu stieņu darbības līnijas. Šādā gadījumā caur asi ejošo vai tai paralēlo stieņu balstu reakciju momenti vienādi ar nulli.

Piemērs 8.1. Noteikt piepūles balstu stieņos att. 8.1 parādītajai ģeometriski nemainīgajai telpiskajai kopnei, kādas rodas no pieliktās slodzes P .

Atrisinājums. Šķeļam kopni ar virsmu tā, lai tā pāršķeltu visus sešus atbalsta stieņus. Piepūles atbalsta stieņos apzīmējam ar $S_1 \dots S_6$ un nosacīti pieņemam, ka atbalsta stieņi ir stiepti.

Sastādot momentu līdzsvara nosacījumus pret x asi, iegūstam sakarību:



att. 8.1

$$S_4 \cdot a + Pa = 0$$

un līdz ar to $S_4 = -P$.

Mīnus zīme norāda uz to, ka ceturtais balststienis ir spiests.

Pielīdzinot nullei visu balstu piepūļu momentu summu pret y asi, iegūstam:

$$S_5 \cdot b + Pb = 0$$

un $S_5 = -P$.

Arī balststienis 5 ir spiests.

No spēku projekciju līdzsvara vienādojuma uz z asi:

$$-S_3 - S_4 - S_5 - P = 0,$$

izmantojot iepriekš noteiktās balstu reakcijas S_4 un S_5 vērtības, iegūstam:

$$-S_3 + P + P - P = 0$$

vai $S_3 = P$.

Tātad stienis 3 tiešām ir stiepts (kā bija pieņemts).

No projekciju līdzsvara vienādojuma uz y asi, iegūstam $S_2 = 0$.

No spēku radīto momentu līdzsvara nosacījuma pret asi z , iegūstam $S_6 = 0$.

Pielīdzinot nulli spēku projekciju summu uz x asi, iegūstam

$$-S_1 + S_6 = 0 \quad \text{vai} \quad S_1 = 0.$$

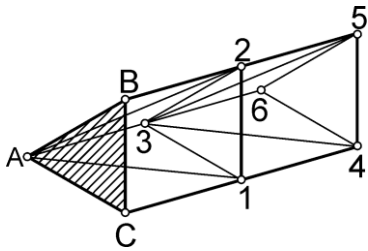
Aprēķinu shēmas

Telpiskas kopnes līdzīgi kā plakanas kopnes tiek uzskatītas par stieņu sistēmām, kuru elementi savā starpā savienoti ar ideālām lodveida locīklām, kuras pieļauj ideālus stieņu pagriezienus ap mezglu centriem.

Praktiski kopņu mezgli tāpat kā plakānu kopņu gadījumā tiek realizēti izmantojot kniedes, uzmavas vai pat metinājumus. Idealizētā aprēķinu shēma praktiskajos kopņu aprēķinos ir guvusi plašu pielietojumu un pamatojumu. Iegūtie rezultāti pietiekami precīzi atbilst rezultātiem, kuri iegūstami neizmantojot nosacījumu par locīklveida mezgliem stieņu galos. Arī telpisko kopņu gadījumos izmanto pieņēmumu par ārējās slodzes koncentrāciju tikai kopnes mezglos. Tas, protams, izslēdz iespēju noteikt lokālo stieņu lieci, bet toties būtiski vienkāršo aprēķinus.

8.2. Vienkāršas telpiskās sistēmas

Telpisku sistēmu ģeometrisko nemainību iespējams realizēt sekojošā veidā.

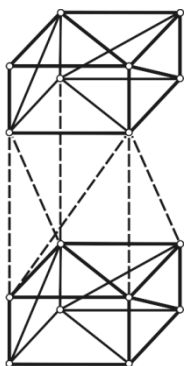


att. 8.2

Sākotnējam trīsstūrim (att. 8.2) pakāpeniski tiek pievienoti mezgli ar trim stieņiem, kuru asi neatrodas vienā plaknē. Tādā veidā konstruētas kopnes sauc par vienkāršākajām telpiskām kopnēm. Tādas kopnes piemērs dots att. 8.2. Izejas trīsstūris ir iesvītrots, bet pievienojamo mezglu secība sanumurēta.

Par šo kopņu ģeometrisko nemainīgumu var pārliecināties pakāpeniski atmetot vienu mezglu pievienojošus trīs stieņus. Šādas pakāpeniskas stieņu atmešanas rezultātā jāiegūst locīklu trīsstūris. Konstruējot kopni pirmajiem trim mezgliem nepieciešami 3 stieņi. Pārējo $(M-3)$ mezglu pievienošanai nepieciešami $3(M-3)$ stieņi (M – mezglu skaits kopnē). Tātad kopā nepieciešami $3(M-3) + 3 = 3M - 6$

stieņi. Līdz ar to brīvas (pie pamatiem nepiestiprinātas) telpiskas kopnes gadījumā tās ģeometriskās nemainības nosacījums ir



att. 8.3

$$N_k = 3M - 6, \quad (8.1)$$

kur N_k – kopējais kopnes stieņu skaits, M – mezglu skaits.

Ņemot vērā, ka telpiskas kopnes nekustīgai nostiprināšanai nepieciešami vēl 6 stieņi, telpiskas pie pamatiem piestiprinātas kopnes ģeometriskā nemainīguma nosacījums ir

$$N = 3M, \quad (8.2)$$

kur N – kopējais stieņu skaits, ieskaitot balstu stieņus. Iegūtie nosacījumi (8.1) un (8.2) ir nepieciešami, lai iegūtu ģeometriski nemainīgu kopni ar minimālu stieņu skaitu, bet ne pietiekami. Vēl nepieciešams, līdzīgi kā plakānu kopņu gadījumā veikt stieņu izvietojuma analīzi, t.i. veikt sistēmas ģeometriskās struktūras analīzi.

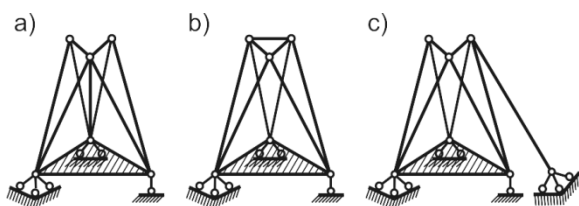
Lai noteiktu statiskās noteicamības nosacījumus, tiek izgriezti kopnes mezgli un izgrieztās daļas iedarbība aizstāta ar piepūlēm pārgriezto stieņu virzienos. Katra izgrieztā mezgla līdzsvaru apraksta 3 statikas vienādojumi. Tā kā kopējais mezglu skaits ir M , tad iegūstam $3M$ vienādojumus. No šiem vienādojumiem jānosaka piepūles visos kopnes stieņos. Tā kā kopnes ģeometriskās nemainības nosacījums (8.2) nosaka stieņu nepieciešamo skaitu un tas sakrīt ar līdzsvara vienādojumu skaitu, tad varam secināt, ka ģeometriski nemainīga sistēma, kurai izpildās nosacījums (8.2) ir arī statiski noteicama.

Vairāku vienkāršāko kopņu apvienojums vienā kopnē veido jaunu kopni. Ja apvienojums tiek realizēts savienojot divu telpisku kopņu virsotnes ar sešiem pareizi izvietotiem stieņiem, iegūstam kopni, kura arī ir ģeometriski nemainīga un statiski noteicama (att. 8.3).

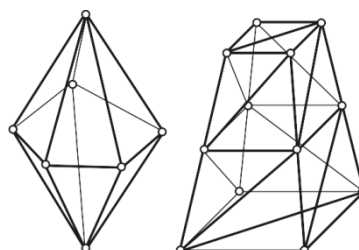
Telpisku kopni var modificēt arī atmetot kādu no stieņiem (att. 8.4a) un to aizvietojo ar citu kopnes (att. 8.4b) vai balsta stieni (att. 8.4c).

Plašu pielietojumu guvušas tā saucamās tīklveida kopnes – daudzskaldņi ar trīsstūrveida virsmām ar kopējām virsotnēm visiem blakus esošiem trīsstūriem (att.

8.5). Šādu sistēmu īpatnība un arī priekšrocība ir to struktūra bez iekšējām saitēm. Tas ļauj maksimāli izmantot tīklveida kopnes ierobežoto tilpumu.

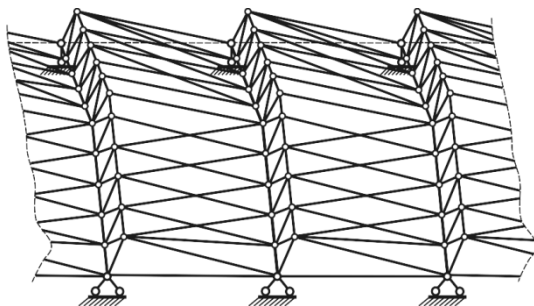


att. 8.4



att. 8.5

Savdabīgs kopnes tips ir hiperboloīdiskis tornis, kurš izveidots no divām taisnu stieņu sistēmām, kuras noklāj hiperboloīdisku virsmu. Stieņi savā starpā pa torņa augstumu tiek savienoti ar vairākiem horizontāliem gredzeniem. Šāda tipa tīklveida kopne veido divkārša liekuma čaulu, kura ir daudzkārt statiski nenoteicama sistēma. Torņa konstrukcijas priekšrocība ir tās vieglums. Tomēr jāatzīst, ka tās izgatavošana ir visai



att. 8.6

darbietilpīga un ekspluatācijā tai piemīt liels „buras” efekts. Kopnes konstrukcijas izstrādāšana veikta inženiera V. Šuhova vadībā un tādēļ to bieži vien literatūrā dēvē par Šuhova kopni.

Racionāls rūpniecības ēku pārseguma tips ar zāģveida struktūru (att. 8.6) ļauj ērti realizēt telpu virsgaismu. Att.

8.6 parādītā konstrukcija dod iespēju pārsegt lielus laukumus bez papildbalstiem. Telpiskā kopne sastāv no vairākām vertikālām plakanām kopnēm, kuras savā starpā saistītas ar slīpām plakanām kopnēm un dažiem atsevišķiem stieņiem. Katras slīpās kopnes joslas ir vienas vertikālās kopnes augšējā josla un blakus esošās vertikālās kopnes apakšējā josla.

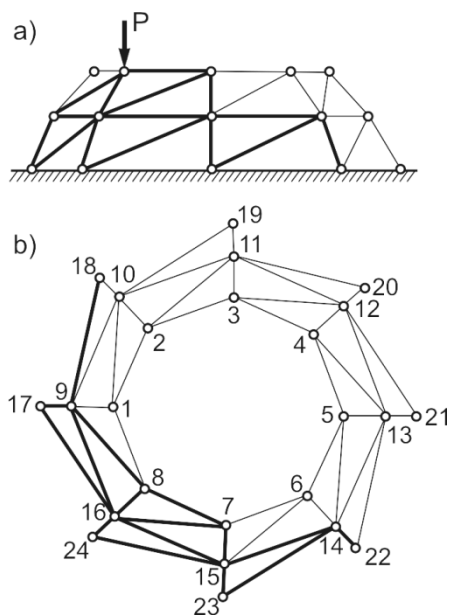
8.3. Piepūļu noteikšana kopnes stieņos ar mezglu izgriešanas metodi

Mezgli tiek izgriezti pakāpeniski, sākot ar mezglu, kurā saiet trīs dažādas plaknēs

izvietoti stieņi. Piepūles šajos stieņos tiek noteiktas izmantojot statikas līdzsvara vienādojumus vienā punktā saejošiem spēkiem. Turpinot mezglu izgriešanas procesu vadāmies no nosacījuma, ka mezglā var būt arī vairāk par 3 saejošiem stieņiem, tomēr nepieciešams ievērot, lai tikai 3 no tiem būtu dažādās plaknēs izvietoti stieņi ar nezināmām piepūlēm. Risinājums būtiski vienkāršojas, ja kopne satur nullstieņus, t.i. stieņus, kuros pie dotās slodzes nerodas piepūles.

Nulles stieņus nosaka sekojoši nosacījumi:

1. Ja mezglam, kurā saiet trīs stieņi, nav pielikta slodze un stieņi neatrodas vienā plaknē, tad visi šie stieņi ir nullstieņi. Tiešām, aizstājot piepūles divos stieņos ar kopspēku, iegūstam sistēmu, kura sastāv no šī kopspēka un trešā stieņa zem leņķa vērstas piepūles. Šāda spēku sistēma var būt līdzsvarā tikai gadījumā, ja abi spēki vienādi ar nulli.
2. Ja noslogotā mezglā saiet vairāk kā 3 stieņi, no kuriem visi, izņemot vienu, atrodas vienā plaknē, tad šis vienīgais stienis ir nullstienis. Par to viegli pārliecināties, projektējot visu stieņu piepūles uz asi, kura perpendikulāra plaknei.



att. 8.7

Piemērs 8.2. Noteikt piepūles telpiskas kopnes stieņos (att. 8.7) dotās slodzes P iespaidā.

Atrisinājums. Apskatāmā sistēma ir ģeometriski nemainīga. Tā veidota no ģeometriski nemainīgas un nekustīgas tīklveida sistēmas, kurā 5 augšējās skaldnes diagonāles, 5 diagonāles un 8 apakšējās skaldnes malas aizvietotas ar 18 papildus balststieņiem.

Pirmām kārtām izslēdzam no tālākās analīzes nullstieņus. Četrstieņu mezgls 1 nav noslogots un līdz ar to atsevišķais stienis 1-8

ir nullstienis. Līdzīgi arī stieņi 2-1, 3-2, 4-3, 5-4, 6-5 un 7-6 ir nullstieņi, jo arī tie ir atsevišķie stieņi attiecīgajos mezglos. Atmetot šos stieņus, mezgli 1, 2, 3, 4, 5, 6 kļūst par divstieņu neslogotiem mezgliem un līdz ar to tajos saejošie stieņi 1-9, 1-10, 2-10, 2-11, 3-11, 3-12, 4-12, 4-13, 5-13, 6-14, 6-15 ir nullstieņi.

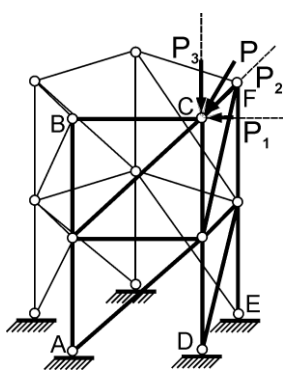
Analogu apsvērumu rezultātā nonākam pie secinājuma, ka att. 8.8 ar plānām līnijām attēlotie stieņi visi ir nullstieņi. Atmetot šos stieņus, iegūstam kopni, kura attēlota ar sabiezinātām līnijām. Šī kopne mezglā 8 slogota ar spēku P . Izgriežot šo mezglu un sadalot spēku P trīs komponentēs, nosakām piepūles trijos mezglā 8 saejošos stieņos 8-8, 8-9 un 8-16.

Piepūles pārējos stieņos nosaka pakāpeniski izgriežot mezglus to numerācijas kārtībā. Katrā no tiem ir vai nu trīs piepūles dažādās plaknēs, vai arī divas piepūles vienā plaknē.

Balstu reakcijas nosakām izmantojot balstu mezglus – katrā no tiem ir trīs nezināmas balstu reakcijas.

Gadījumos, kad kopnei pielikti vairāki spēki, ieteicams noteikt piepūles stieņos no katra spēka atsevišķi un iegūtos rezultātus sasummēt. Protams, šāda aprēķina metodika daudzstieņu konstrukcijai ir visai darbietilpīga un praktiskos aprēķinos neracionāla, tomēr tā dod iespēju veikt telpisku stieņu struktūras noslodzes analīzi un struktūras racionāluma novērtējumu konkrētām slodzēm.

8.4. Sistēmas sadalīšana plakanās kopnēs



att. 8.8

Šis paņēmieni lietojams gadījumos, kad telpiskās sistēmas sastāvā ietilpst plakanas kopnes, kuras ar šķēlumu palīdzību nodalot kā atsevišķas konstrukcijas, tās savās plaknēs ir ģeometriski nemainīgas un nekustīgas.

Slodze, kura pielikta iegūtajai plakanajai kopnei tās mezglos un darbojas kopnes plaknē, tiek pilnībā uzņemta ar plakanās kopnes stieņiem un pārējās telpiskās kopnes stieņos piepūles no šīs slodzes nerodas.

Aprēķins tiek veikts sekojošā veidā – katra no dotajām slodzēm tiek sadalīta komponentēs, tā lai to virzieni sakristu ar plakano kopņu plaknēm. Tā, piem., att. 8.8 parādītās telpiskās kopnes gadījumā spēks P tiek sadalīts

trīs komponentēs P_1 , P_2 , P_3 . Spēku P_1 pilnībā uzņem plakanā kopne ABCD, spēku P_2 kopne CDEF, bet spēks P_3 izraisa spiedi stienī CD.

Līdzīgi tiek sadalītas komponentēs arī slodzes, kuras darbojas kopnes citos mezglos, ja tādas ir pieliktas.

8.5. Skaitlisko metožu pielietojums

Skaitlisko risinājumu pamatā, it īpaši pēdējos gados, noteicošā loma ir galīgo elementu metode (GEM). Iegūtie elementi apvienojas vienotā sistēmā pamatojoties uz līdzsvara principiem un garantējot atsevišķu elementu deformāciju un pārvietojumu vienādību to saskares punktos (mezglos). Tādā veidā, galīgo elementu metodes gadījumā, nepārtraukta sistēma nosacīti tiek aizstāta ar patvaļīga skaita elementu sistēmu, kuras elementu apvienojumu mezglos reglamentē GEM nosacījumi un pieņēmumi. Šādu sistēmu aprēķins reducējas uz algebrisku vienādojumu sistēmu aprēķināšanu.

Stieņu sistēmā galīgie elementi var būt atsevišķi stieņi vai to daļas. Galīgo elementu skaita palielināšana ļauj precīzāk ievērtēt tās vai citas īpašības un deformēšanās īpatnības. Tomēr pārlietu sadrumstalotu sistēmu gadījumos pieaug aprēķinu kļūdas. Tādēļ galīgo elementu skaita un sadalījuma topogrāfijas izvēlē svarīgi ņemt vērā reālo konstrukcijas deformēšanās raksturu. GEM pielietošana iespējama jebkurai sistēmai, tātad arī stieņu sistēmām, bet tomēr tās galvenā nozīme ir plātņu, čaulu un masīvu ķermeņu, kā arī no tiem veidotu sistēmu aprēķinos. Ar GEM, kaut arī tuvināti, izdodas atrisināt uzdevumus, kuriem analītiski risinājumi neeksistē. Metodes precizitāti nosaka tas, cik pilnīgi un precīzi ir noformulēti galīgo elementu saskares nosacījumi.

Studentiem tiek piedāvāts iepazīties ar stieņu sistēmu aprēķiniem paredzētu programmu Analysis for Windows 1.9. Kā viena no šīs programmas priekšrocībām uzskatāma tās vienkāršība ekspluatācijā. Programma paredzēta divu un trīs dimensiju metāla taisnu stieņu sistēmu aprēķiniem. Programmā ir iekļauti Eirostandartiem atbilstošu metāla stieņu šķērsriezuma raksturlielumi un fizikālo īpašību parametri. Liela aprēķinu daļa veicama dialoga režīmā vienlaicīgi vizuāli kontrolējot iegūtos rezultātus. Jebkuras izdarītās izmaiņas konstrukcijas struktūrā nekavējoties parādās uz ekrāna un var tikt vizuāli kontrolētas.

Programma paredzēta piepūļu un pārvietojumu aprēķiniem stieņu sistēmām, uz kurām iedarbojas ārēja slodze koncentrētu spēku, momentu un izkliedētas slodzes (mainīgas vai trapecveida) veidā, temperatūras izmaiņas un balstu pārvietošanās.